

Nietrost Bernhard

bernhard.nietrost@htl-steyr.ac.at

Überholen mit konstanter Beschleunigung



- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:
 - Modellieren kinematischer Vorgänge; Funktionen, die von mehreren Variablen abhängen, graphische Darstellung von Funktionen
- Kurzzusammenfassung
 - Simulation eines Überholvorgangs im Straßenverkehr
- Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand: [*optional*]
 - Verbindung der Gegenstände Physik und Mathematik um die Auswirkungen der einzelnen Beteiligten auf den Überholvorgang darzustellen.
- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):
 - Physik, Fachgegenstände des Ausbildungsschwerpunktes
Maschineningenieurwesen Kraftfahrzeugbau
- Mathcad-Version:
 - Mathcad 15
- Literaturangaben: [*optional; sehr erwünscht*]
 -
- Anmerkungen bzw. Sonstiges: [*optional*]
 - Das vorliegende Dokument entstand aus eigenen Unterrichtsvorbereitungen in Zusammenarbeit mit dem Ingenieurbüro Dr. Kordon in Steyr (Rekonstruktion von Unfällen, Schadensanalyse, Sachverständiger in kraftfahrzeugtechnischen Belangen).
Ziel der Zusammenarbeit war unfallrelevante wichtige kinematische Vorgänge einerseits mit dem zugehörigen theoretischen Hintergrund der Sachverständigenanalyse abzubilden und andererseits die Auswirkungen auf das praktische Verkehrsgeschehen darzustellen.
Das vorliegende Dokument ist für den Unterrichtseinsatz in Physik als auch in fachtheoretischen Gegenständen und für entsprechende weiterführende Kurse des Ingenieurbüros Dr. Kordon gedacht.



Der Überholvorgang

Die Betrachtung eines Überholvorgangs geht von bekannten Größen aus wie Geschwindigkeiten und eventuelle Beschleunigungen der Beteiligten, Längen der Fahrzeuge, Sicherheitsabstände zwischen den Fahrzeugen und ermittelt daraus die beiden wichtigen Kennwerte des Überholvorgangs.

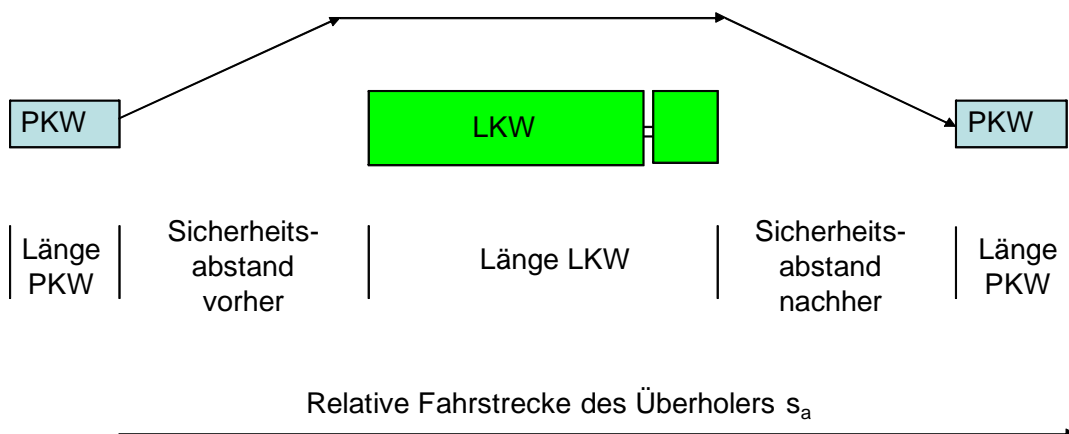
- der Überholweg $s_{\bar{u}}$ (jene Strecke, die der Überholer während des Überholvorgangs zurücklegt.)
- die Überholsicht s_w (die für den gefahrlosen Überholvorgang erforderliche Sichtweite. Vor allem dieser Wert ist für den Überholer wichtig, da er Aufschluss gibt ob ein Überholvorgang überhaupt möglich ist!).

Im Folgenden wird einer der möglichen Fälle des Überholens betrachtet.

- Überholen mit konstanter Beschleunigung ausgehend von der gleichen Anfangsgeschwindigkeit beider Fahrzeuge. (der Überholer fährt hinter dem anderen Fahrzeug mit gleicher Geschwindigkeit und wartet auf eine günstige Gelegenheit um zu überholen)

Amerkung: Die Zahlen in den grauen Feldern können verändert werden. Die Berechnung wird dann mit den neuen Zahlen durchgeführt. Die Ergebnisse sind in gelb hinterlegten Feldern.

Schematische Skizze des Überholvorgangs



Überholen mit konstanter Beschleunigung

In diesem Fall müssen folgende Werte bekannt sein:

Länge des LKW - Zuges:	LKW_Länge := 15m
Länge des PKW:	PKW_Länge := 5m
Geschwindigkeit des LKW und PKW vor dem Überholvorgang :	$v_{\text{LKW}} := 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
Beschleunigung des PKW:	$a_{\text{PKW}} := 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Geschwindigkeit des Gegenverkehrs:	$v_{\text{Gegen}} := 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Im Folgenden der Rechengang mit den Ergebnissen.

Somit lässt sich die **Aufholstrecke** berechnen:

$$s_a = \text{PKW_Länge} + v_{\text{LKW}} \cdot 0.8\text{s} + \text{LKW_Länge} + v_{\text{PKW}} \cdot 0.8\text{s}$$

Da die Geschwindigkeit des PKW je nach Beschleunigung variiert wird als Vereinfachung die gleichförmige Geschwindigkeit des LKW verwendet:

$$s_a := \text{PKW_Länge} + v_{\text{LKW}} \cdot 1.6\text{s} + \text{LKW_Länge}$$

Aufholstrecke: $s_a = 55.56 \text{ m}$

Die **Dauer des Überholvorgangs** wird durch eine beschleunigte Bewegung aus Sicht des Überholten berechnet. ($s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ wird umgeformt nach t)

$$t_{\text{ü}} := \sqrt{\frac{2 \cdot s_a}{a_{\text{PKW}}}} \quad t_{\text{ü}} = 8.61 \text{ s}$$

Die **Überholstrecke** ergibt sich durch die vom Überholten während des Vorgangs zurückgelegte Strecke ($s = v \cdot t$) plus die Aufholstrecke.

$$s_{\text{ü}} := v_{\text{LKW}} \cdot t_{\text{ü}} + s_a \quad s_{\text{ü}} = 246.81 \text{ m}$$

Die **Überholsicht** berücksichtigt zusätzlich noch den Gegenverkehr (

$$s = v \cdot t)$$

$$s_w := v_{\text{Gegen}} \cdot t_{\text{ü}} + s_{\text{ü}} \quad s_w = 486 \text{ m}$$

Die **Endgeschwindigkeit** des PKW berechnet sich aus der Anfangs- geschwindigkeit (gleich für LKW und PKW) und dem Geschwindigkeitszuwachs des PKW durch die Beschleunigung ($\Delta v = a \cdot t$):

$$v_{\text{Ende}} := v_{\text{LKW}} + a_{\text{PKW}} \cdot t_{\text{ü}} \quad v_{\text{Ende}} = 126 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Berechnungen zu den nachfolgenden Diagrammen:

Ausgehend von den im grauen Feld angegeben Werten wird nun die Funktion SS_w definiert um die Überholsicht zu berechnen. In dieser Funktion sind die Berechnungen der letzten Seite zusammengefasst.

$$SS_w(v_G, L_L, L_P, v_v, a_P) := (L_L + L_P + 1.6s \cdot v_v) + \sqrt{\frac{(L_L \cdot 1 + L_P \cdot 1 + 1.6s \cdot v_v \cdot 1) \cdot 2}{a_P}} \cdot (v_v + v_G)$$

Berechnung der Überholsicht für verschiedene Geschwindigkeiten $v_i :=$ $\begin{pmatrix} 70 \\ 75 \\ 80 \\ 85 \\ 90 \\ 95 \\ 100 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$ des

überholten Fahrzeugs.....

.... und eine Beschleunigung des Überholers von 1.5 m/s^2

$$S_{W15} := SS_w \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{LKW_Länge}, \text{PKW_Länge}, v_i, 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \quad S_{W15} = \begin{pmatrix} 441 \\ 463 \\ 486 \\ 509 \\ 532 \\ 556 \\ 579 \end{pmatrix} \text{ m}$$

.... und eine Beschleunigung des Überholers von 2.5 m/s^2

$$S_{W25} := SS_w \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{LKW_Länge}, \text{PKW_Länge}, v_i, 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \quad S_{W25} = \begin{pmatrix} 353 \\ 371 \\ 389 \\ 407 \\ 426 \\ 444 \\ 463 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Ausgehend von den im grauen Feld angegeben Werten wird nun die Funktion V_w definiert um die Geschwindigkeit des Überholers nach dem Vorgang zu berechnen.

In dieser Funktion sind die Berechnungen der letzten Seite zusammengefasst.

$$V_w(v_G, L_L, L_P, v_v, a_P) := v_v + \sqrt{\frac{(L_L \cdot 1 + L_P \cdot 1 + 1.6s \cdot v_v \cdot 1) \cdot 2}{a_P}} \cdot a_P$$

Berechnung der Endgeschwindigkeit des Überholers für verschiedene Geschwindigkeiten $v_1 =$

$$\begin{pmatrix} 70 \\ 75 \\ 80 \\ 85 \\ 90 \\ 95 \\ 100 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

des überholten Fahrzeugs.....

... und eine Beschleunigung des Überholers von 1.5 m/s^2

$$V_{W15} := V_W \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{LKW_Länge}, \text{PKW_Länge}, v_1, 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$V_{W15} = \begin{pmatrix} 115 \\ 121 \\ 126 \\ 132 \\ 138 \\ 144 \\ 150 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

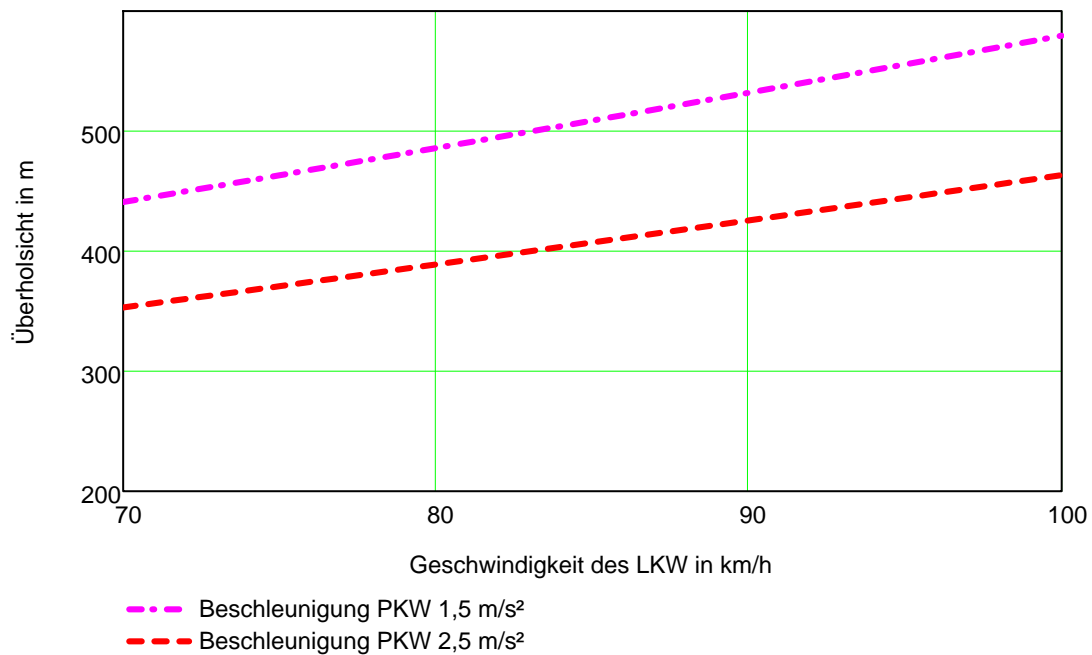
... und eine Beschleunigung des Überholers von 2.5 m/s^2

$$V_{W25} := V_W \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{LKW_Länge}, \text{PKW_Länge}, v_1, 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$V_{W25} = \begin{pmatrix} 128 \\ 134 \\ 140 \\ 146 \\ 152 \\ 158 \\ 165 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Weiterführende Überlegungen

Diagramm 1: Übersicht bei verschiedenen LKW Geschwindigkeiten

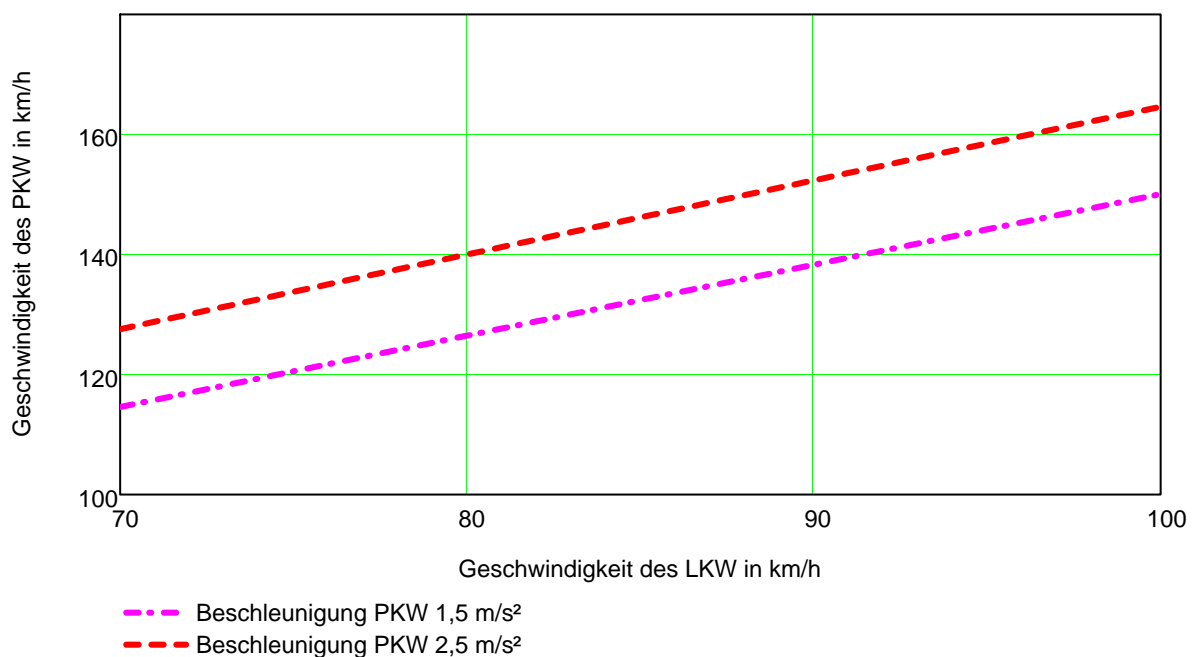


In **Diagramm 1** wird die Überholweite über der Geschwindigkeit des LKW mit zwei verschiedenen Beschleunigungen des PKW dargestellt.

Aus Diagramm 1 erkennt man:

- Die benötigte Überholweite steigt mit der Geschwindigkeit des zu überholenden LKW.
- Wie zu erwarten sinkt die Überholweite bei größerer Beschleunigung des PKW (rot strichliert) und geringerer Geschwindigkeit des LKW bzw. steigt die Überholweite bei geringerer Beschleunigung (violett strichpunktirt) und größerer Geschwindigkeit des LKW.
- Im Vergleich zum Fall eines Überholens mit konstanter Geschwindigkeit ist festzustellen, dass in diesem Fall die notwendige Sicht für den Überholvorgang geringer ist.

Diagramm 2: Endgeschwindigkeit des PKW bei verschiedenen LKW Geschwindigkeiten

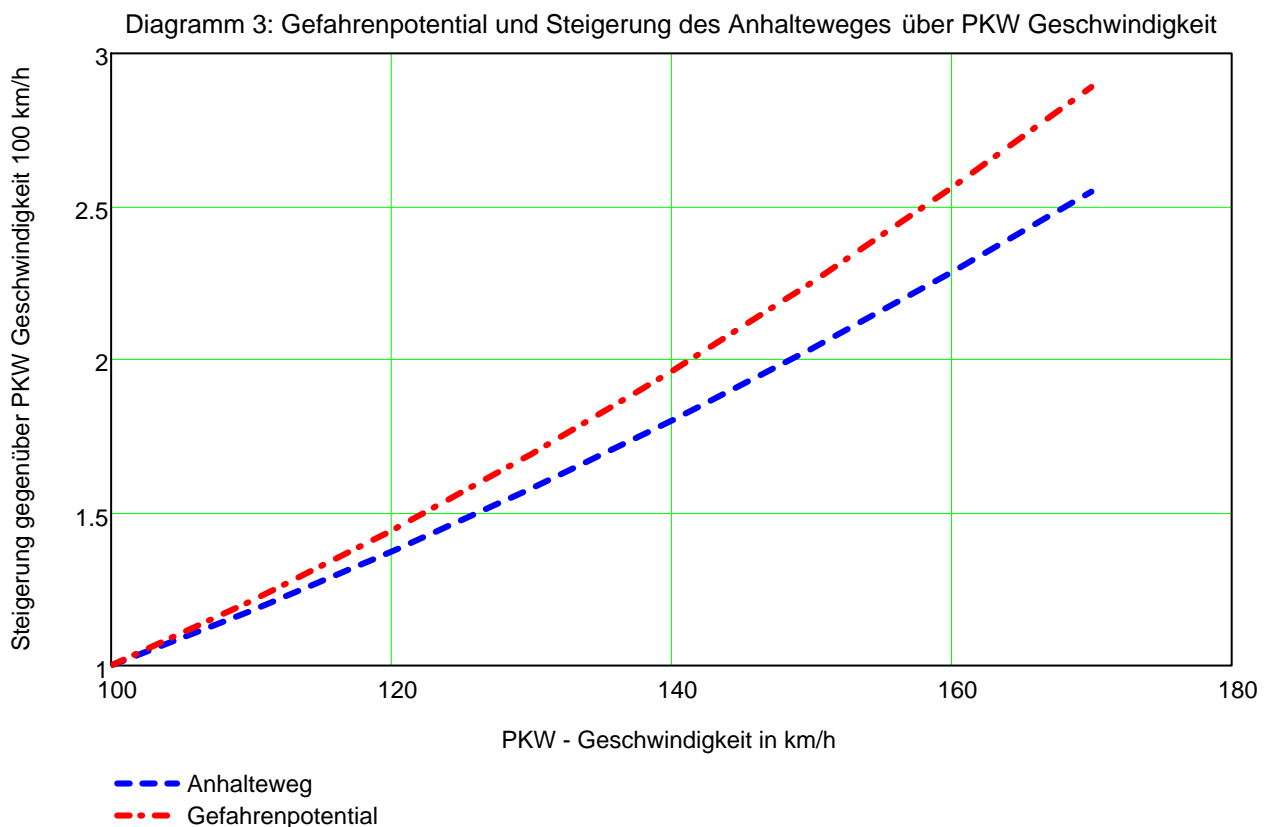


In **Diagramm 2** wird die Geschwindigkeit des PKW am Ende des Überholmanövers über der des überholten LKW mit zwei verschiedenen Beschleunigungen des PKW dargestellt. Hier zeigt sich, dass eine geringe Geschwindigkeit des LKW die Endgeschwindigkeit gering hält. Bemerkenswert ist, dass bei einer großen Beschleunigung auch eine große Endgeschwindigkeit des PKW zur Folge hat. (bis zu 160 km/h - rote Linie)

Zusammenfassend ist festzustellen, dass beim beschleunigten Überholen auch bei moderaten Überholvorgängen (mit geringer Beschleunigung) ein Überschreiten der zulässigen Höchstgeschwindigkeit von 100 km/h nicht zu vermeiden ist. (Welcher Autofahrer beendet das Beschleunigen während des Überholvorgangs bei 100 km/h?!!!) Daher ergibt sich am Ende des Vorgangs durch die sehr hohe Geschwindigkeit ein enormes Gefahrenpotential durch die hohe Bewegungsenergie des überholenden Fahrzeugs, die einerseits durch erhöhte Anhaltewege beim Abbruch des Manövers und andererseits durch schwere Verletzungen der Insassen bei einem Zusammenstoß mit dem Gegenverkehr zum Tragen kommt!

(Anmerkung: Der Crashtest wird bei einer Geschwindigkeit von 64 km/h durchgeführt. Zusammenstöße bei sehr hohen Geschwindigkeiten sind nicht getestet!)

$$G(x) := \left(\frac{x}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \right)^2 \quad sa(v) := v \cdot 0.8 \text{ s} + \frac{v^2}{2 \cdot 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad v := 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \dots 170 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Die - im Vergleich zu 100 km/h - erhöhte Geschwindigkeit des PKW steigert das Gefahrenpotential (entspricht physikalisch der Bewegungsenergie) ab ca. 120 km/h um 50 % und führt ab etwa 140 km/h zu einer Verdopplung. Auch der Anhalteweg steigt überproportional mit der zunehmenden Geschwindigkeit an, um 50 % bei ca. 130 km/h und auf das Doppelte bei etwa 150 km/h.